

Das Projekt wird geleitet von Dr. Markus Faulhuber und beschäftigt sich mit den mathematischen Grundlagen der Signalverarbeitung, genauer der Zeit-Frequenz Analyse.

Bei gegebenem analogen Signal, wollen wir lokale Informationen über bestimmte Frequenzbänder in einem kurzen Zeitintervall erhalten. Dies bedeutet dass wir einen Teil des Signals ausschneiden oder mit einer geeigneten Funktion, z.B. eine Gaussglocke, dämpfen. Danach soll das Signal in einfache Bausteine aus (Co-)Sinuskurven mit ganzzahliger Frequenz zerlegt werden. Dieser Prozess erlaubt es uns lokale Messungen des Signals vorzunehmen, sprich die Amplituden der Sinuskurven bzw. der aktiven Frequenzbänder zu extrahieren. Diese Messungen, auch Koeffizienten genannt, können dann an ein Empfangsgerät übertragen werden mit welchem die lokale Information wieder zum ursprünglichen Signal zusammengebaut werden kann.

Ein Weg dies mathematisch zu realisieren sind sogenannte Gaborsysteme, benannt nach dem Physik Nobelpreisträger D. Gabor. Dieser untersuchte die genannte Theorie bereits 1946. Solche und ähnliche Systems entsprechen nun dem neuesten Stand der Technik und werden z.B. bei WLAN oder den 4G/5G Standards verwendet (um nur einige zu nennen).

Obwohl die Theorie etliche Jahrzehnte alt ist, gibt es immer noch viele ungelöste mathematische Probleme. Eines davon ist die Frage nach der Anzahl der Samples pro Sekunde und wie man die Frequenzbänder am besten aufteilt um eine stabile Übertragung der Koeffizienten zu gewähren und so das Signal auch wieder stabil rekonstruieren zu können. Eines der ersten Resultate in diese Richtung, bekannt bereits in den 1930ern, ist das Samplingtheorem nach Whittaker-Nyquist-Kotelnikov-Shannon (WNKS). Es gibt eine hinreichende Bedingung für die Digitalisierung eines analogen Signals ohne Informationsverlust, unter der Annahme der Bandbeschränktheit. Das bedeutet dass die Koeffizienten von Sinuskurven welche über einer Grenzfrequenz liegen Null sind. Gaborsysteme kommen ohne diese Annahme aus und das WNKS Samplingtheorem kann als Spezialfall betrachtet werden.

Ziel des Projekts ist es die mathematische Theorie solcher Samplingtheoreme für bestimmte Gaborsysteme voran zu treiben. Darüber hinaus wird auch der Frage nach „optimalen“ Samplingstrategien für Gaborsysteme nachgegangen. Diese Fragen können in der Regel nicht allgemein beantwortet werden und hängen zum Teil auch von der Situation und dem gewählten System ab.

Die allgemeinen, mathematischen Resultate sind zudem oft nur für 1-dimensionale Signale (welche die Messung von Schallwellen, EEG, EKG, etc. umfassen) bekannt und es ist oft unklar ob entsprechende Resultate für 2-, oder 3- (oder höher-) dimensionale Signale gelten. Die Theorie für höher-dimensionale Signale weiter zu entwickeln ist ebenfalls ein Ziel des Projekts.

Zuletzt seien noch Beobachtung erwähnt, welche enge Zusammenhänge zwischen Gaborsystemen und Zahlentheorie aufzeigen. Diese weiter zu verfolgen ist von unabhängigem, mathematischem Interesse.